

Teoria dos Conjuntos

1. Descreva cada conjunto a seguir, listando seus elementos.
 - a) $\{x \mid x \text{ é um número inteiro e } 3 < x \leq 7\}$
 - b) $\{x \mid x \text{ é um mês com exatamente 30 dias}\}$
 - c) $\{x \mid x \text{ é a capital do Brasil}\}$
2. Descreva cada um dos conjuntos a seguir através de uma propriedade característica.
 - a) $\{1, 4, 9, 16\}$
 - b) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$
3. Dados os conjuntos $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\}$, $B = \{10, 12, 16, 20\}$ e $C = \{x \mid (\exists y) (y \in \mathbb{N} \text{ e } x = 2y)\}$, diga quais das seguintes sentenças são verdadeiras.

a) $B \subseteq C$	g) $\{12\} \in B$
b) $B \subset A$	h) $\{12\} \subseteq B$
c) $A \subseteq C$	i) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x < 20\} \not\subset B$
d) $26 \in C$	j) $5 \subseteq A$
e) $\{11, 12, 13\} \subseteq A$	k) $\{\emptyset\} \notin A$
f) $\{11, 12, 13\} \subset C$	

Relações

1. Sejam $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6, 10\}$. Para cada uma das seguintes relações:
 - Explícite os elementos (pares) da relação
 - Determine o domínio de definição
 - Determine o conjunto imagem
 - a) $R_1 = \{\langle x, y \rangle \in B \times A \mid x \text{ é divisível por } y\}$
 - b) $R_2 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x \cdot y = 12\}$
 - c) $R_3 = \{\langle x, y \rangle \in A \times B \mid x = y + 1\}$
 - d) $R_4 = \{\langle x, y \rangle \in B \times A \mid x \leq y\}$

Conjuntos Contáveis e Não-Contáveis

1. Encontre o cardinal dos seguintes conjuntos:
 - a) $A = \{a, b, c, \dots, y, z\}$
 - b) $B = \{1, -3, 5, 11, -28\}$
 - c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x^2 = 5\}$
2. Encontre o cardinal dos seguintes conjuntos:
 - a) $A = \{10, 20, 30, \dots\}$
 - b) $B = \{6, 7, 8, 9, \dots\}$
3. Encontre o cardinal dos seguintes conjuntos:
 - a) $A = \{\text{Segunda, Terça, } \dots, \text{Domingo}\}$
 - b) $B = \{x \mid x^2 = 25 \wedge 3x = 6\}$
 - c) $P(A)$, se $A = \{1, 4, 5, 9\}$

Lógica Matemática

- Sabendo que os valores verdade das proposições p e q são respectivamente V e F, determine o valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:
 - $p \wedge \neg q$
 - $p \vee \neg q$
 - $\neg p \wedge q$
 - $\neg p \wedge \neg q$
 - $\neg p \vee \neg q$
 - $p \wedge (\neg p \vee q)$
- Determine o valor verdade de p ($V(p)$) em cada um dos seguintes casos, sabendo que:
 - $V(q) = F$ e $V(p \wedge q) = F$
 - $V(q) = F$ e $V(p \vee q) = F$
 - $V(q) = F$ e $V(p \rightarrow q) = F$
 - $V(q) = F$ e $V(q \rightarrow p) = F$
 - $V(q) = V$ e $V(p \leftrightarrow q) = F$
 - $V(q) = F$ e $V(q \leftrightarrow p) = V$
- Determine o $V(p)$ e o $V(q)$ em cada um dos seguintes casos, sabendo que:
 - $V(p \rightarrow q) = V$ e $V(p \wedge q) = F$
 - $V(p \rightarrow q) = V$ e $V(p \vee q) = F$
 - $V(p \leftrightarrow q) = V$ e $V(p \wedge q) = V$
 - $V(p \leftrightarrow q) = V$ e $V(p \vee q) = V$
 - $V(p \leftrightarrow q) = F$ e $V(\neg p \vee q) = V$

Álgebra de Conjuntos

- Suponha o conjunto universo $S = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$ bem como os seguintes conjuntos:
 $A = \{p, q, r, s\}$
 $B = \{r, t, v\}$
 $C = \{p, s, t, u\}$
Então, determine:
 - $B \cap C$
 - $A \cup C$
 - $\sim C$
 - $A \cap B \cap C$
 - $B - C$
 - $\sim(A \cup B)$
 - $A \times B$
 - $(A \cup B) \cap \sim C$
- Suponha o conjunto universo $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ bem como os seguintes conjuntos:
 $A = \{2, 4, 5, 6, 8\}$
 $B = \{1, 4, 5, 9\}$
 $C = \{x \mid x \in Z \wedge 2 \leq x < 5\}$
Então, determine:
 - $A \cup B$
 - $A \cap B$
 - $A \cap C$
 - $B \cup C$
 - $A - B$
 - $\sim A$
 - $A \cap \sim A$
 - $\sim(A \cap B)$
 - $C - B$
 - $(C \cap B) \cup \sim A$
 - $\sim(B - A) \cap (A - B)$
 - $\sim(\sim C \cup B)$
 - $B \times C$
- Encontre $P(S)$ para $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Quantos elementos você espera que este conjunto tenha?
- Encontre $P(S)$ para $S = \{\emptyset\}$.
- O que pode ser dito sobre A se $P(A) = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$?

Indução Matemática e Recorrência

1. Use indução matemática para provar que as proposições dadas são verdadeiras para todo inteiro positivo n .

a) $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

b) $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$

c) $1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3) = n(2n - 1)$

d) $1 + 3 + 6 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$

e) $4 + 10 + 16 + \dots + (6n - 2) = n(3n + 1)$

f) $1^2 + 3^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(2n - 1)(2n + 1)}{3}$