Lista de Exercícios 4 – Lógica Matemática

1. Sabendo que os valores verdade das proposições p e q são respectivamente V e F, determine o valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

a) $p \wedge \neg q$
b) $p \vee \neg q$
c) $\neg p \wedge q$
d) $\neg p \wedge \neg q$
e) $\neg p \vee \neg q$
f) $p \wedge (\neg p \vee q)$

2. Determine o valor verdade de p (V(p)) em cada um dos seguintes casos, sabendo que:

a) $V(q) = F$ e $V(p \wedge q) = F$
b) $V(q) = F$ e $V(p \vee q) = F$
c) $V(q) = F$ e $V(p \rightarrow q) = F$
d) $V(q) = F$ e $V(q \rightarrow p) = F$
e) $V(q) = V$ e $V(p \leftrightarrow q) = F$
f) $V(q) = F$ e $V(q \leftrightarrow p) = V$

3. Determine o V(p) e o V(q) em cada um dos seguintes casos, sabendo que:

a) $V(p \rightarrow q) = V$ e $V(p \wedge q) = F$
b) $V(p \rightarrow q) = V$ e $V(p \vee q) = F$
c) $V(p \leftrightarrow q) = V$ e $V(p \wedge q) = V$
d) $V(p \leftrightarrow q) = V$ e $V(p \vee q) = V$
e) $V(p \leftrightarrow q) = F$ e $V(\neg p \vee q) = V$

4. Construa as tabelas-verdade das seguintes fórmulas e identifique as que são tautologias ou contradições:

a) $\neg(p \vee \neg q)$
b) $\neg(p \rightarrow \neg q)$
c) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
d) $\neg p \rightarrow (q \rightarrow p)$
e) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge q)$
f) $q \leftrightarrow (\neg q \wedge p)$
g) $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$
h) $\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow q))$
i) $(p \wedge q) \rightarrow ((p \leftrightarrow (q \vee r))$
j) $(\neg p \wedge r) \rightarrow (q \vee \neg r)$
k) $(p \rightarrow r) \leftrightarrow (q \vee \neg r)$
l) $(p \rightarrow (p \rightarrow \neg r)) \leftrightarrow (q \vee r)$
m) $((p \wedge q) \rightarrow r) \vee (\neg p \leftrightarrow (q \vee \neg r))$

5. Sabendo que as proposições $x = 0$ e $x = y$ são verdadeiras e que as proposições $y = z$ e $y = t$ são falsas, determinar o valor verdade (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

a) $x = 0 \wedge x = y \rightarrow y \neq z$
b) $x \neq 0 \vee y = t \rightarrow y = z$
c) $x \neq y \vee y \neq z \rightarrow y = t$
d) $x \neq 0 \vee x \neq y \rightarrow y \neq z$
e) $x = 0 \rightarrow (x \neq y \vee y \neq t)$

6. Prove, usando tabela verdade, as seguintes equivalências:

a) *Idempotência*.

$p \wedge p \Leftrightarrow p$

$p \vee p \Leftrightarrow p$

b) *Comutatividade*.

$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

c) *Associatividade*.

$p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$

$p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$

d) *Distributividade*.

$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

e) *Dupla negação*.

$\neg\neg p \Leftrightarrow p$

f) *DeMorgan*.

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

7. Suponha o conjunto universo R. Determine o valor verdade (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

a) $(\forall x)(|x| = x)$
b) $(\exists x)(x^2 = x)$
c) $(\exists x)(|x| = 0)$
d) $(\exists x)(x + 2 = x)$
e) $(\forall x)(x + 1 > x)$
f) $(\forall x)(x^2 = x)$
g) $(\exists x)(2x = x)$
h) $(\exists x)(x^2 + 3x = -2)$
i) $(\exists x)(x^2 + 5 = 2x)$
j) $(\forall x)(2x + 3x = 5x)$

8. Podemos afirmar que "Sempre que uma proposição quantificada universalmente é verdadeira, a mesma proposição, quantificada existencialmente, também é verdadeira."? Esta observação vale para qualquer proposição (trocando o quantificador universal pelo existencial)? Justifique a sua resposta.

9. Suponha o conjunto universo {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Determine o valor verdade (V ou F) de cada uma das seguintes proposições:

a) $(\forall x)(\forall y)(x + 5 < y + 12)$
b) $(\forall x)(\exists y)(x * y$ não é primo$)$
c) $(\exists y)(\forall x)(x * y$ não é primo$)$
d) $(\exists x)(\exists y)(x^2 > y)$
e) $(\forall x)(\exists y)(x^2 > y)$
f) $(\exists x)(\forall y)(x^2 > y)$
g) $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(x + y > z)$
h) $(\exists x)(\forall y)(\forall z)(x + y > z)$
i) $(\forall x)(\exists y)(\forall z)(x + y > z)$
j) $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(x + y > z)$
k) $(\forall x)(\exists y)(\exists z)(x + y > z)$
l) $(\exists x)(\forall y)(\exists z)(x + y > z)$
m) $(\exists x)(\exists y)(\forall z)(x + y > z)$