

Lista de Exercícios 3 – Álgebra de Conjuntos

1. Suponha o conjunto universo $S = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$ bem como os seguintes conjuntos:

$$A = \{p, q, r, s\}$$

$$B = \{r, t, v\}$$

$$C = \{p, s, t, u\}$$

Então, determine:

a) $B \cap C$

b) $A \cup C$

c) $\sim C$

d) $A \cap B \cap C$

e) $B - C$

f) $\sim(A \cup B)$

g) $A \times B$

h) $(A \cup B) \cap \sim C$

2. Suponha o conjunto universo $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ bem como os seguintes conjuntos:

$$A = \{2, 4, 5, 6, 8\}$$

$$B = \{1, 4, 5, 9\}$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge 2 \leq x < 5\}$$

Então, determine:

a) $A \cup B$

b) $A \cap B$

c) $A \cap C$

d) $B \cup C$

e) $A - B$

f) $\sim A$

g) $A \cap \sim A$

h) $\sim(A \cap B)$

i) $C - B$

j) $(C \cap B) \cup \sim A$

k) $\sim(B - A) \cap (A - B)$

l) $\sim(\sim C \cup B)$

m) $B \times C$

3. Encontre $P(S)$ para $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Quantos elementos você espera que este conjunto tenha?

4. Encontre $P(S)$ para $S = \{\emptyset\}$.

5. O que pode ser dito sobre A se $P(A) = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{x, y\}\}$?

6. Quais das sentenças a seguir são verdadeiras para quaisquer conjuntos A , B e C ?

a) $A \cup A = A$

b) $B \cap B = B$

c) $\sim(A \cap B) = \sim A \cap \sim B$

d) $\sim(\sim A) = A$

e) $A - B = \sim(B - A)$

f) $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

g) Se $A \cap B = \emptyset$ então $A \subset B$

h) $B \times A = A \times B$

i) $\emptyset \times A = \emptyset$

j) $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$

k) $(A - B) \cup (B - C) = A - C$

l) $(A - C) \cap (A - B) = A - (B \cup C)$

7. Prove as seguintes propriedades da operação de união (suponha os conjuntos A , B e C):

a) *Elemento Neutro.*

$$A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$$

b) *Idempotência.*

$$A \cup A = A$$

c) *Comutatividade.*

$$A \cup B = B \cup A$$

8. Considere o Teorema – Associatividade da União. Observe que o *caso 1* e o *caso 2* são análogos, trocando o sentido da implicação. Seria possível reduzir essa prova a um único caso, usando equivalências? Nesse caso, como ficaria a prova?

9. Prove as seguintes propriedades da operação de intersecção (suponha o conjunto universo U e os conjuntos A , B e C):

a) *Elemento Neutro.*

$$A \cap U = U \cap A = A$$

b) *Idempotência.*

$$A \cap A = A$$

c) *Comutatividade.*

$$A \cap B = B \cap A$$

d) *Associatividade.*

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

10. Prove a *distributividade da união sobre a intersecção*, ou seja, que (suponha os conjuntos A , B e C):

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

11. Considere a propriedade de *DeMorgan*, relacionada com a operação de complemento e que envolve as operações de união e de intersecção. Prove que a intersecção (respectivamente, a união) pode ser calculada em termos das operações de complemento e da união (respectivamente, da intersecção), ou seja que:

a) $A \cap B = \sim(\sim A \cup \sim B)$

b) $A \cup B = \sim(\sim A \cap \sim B)$

12. Prove que (suponha os conjuntos A , B e C):

a) $(A \cup B) \cap \sim A = B \cap \sim A$

b) $(A \cap B) \cup A = A$

c) $A \cup (\sim A \cap B) = A \cup B$

d) $A \cap (\sim A \cup B) = A \cap B$

e) $\sim((A \cap B) \cup (\sim A \cap \sim B)) = (\sim A \cap B) \cup (A \cap \sim B)$